

Mathe Blatt II. (WS16/17)

Die Erklärungen werden nicht gefragt.

1. Die Anzahl der Möglichkeiten n verschiedene Objekte/Jobs in k verschiedene Bins/Maschinen zu packen:

$$k^n$$

[Eine Bepackung entspricht einem Vektor der Länge n mit Einträgen aus $\{1, 2, 3, \dots, k\}$, in dem der i -te Eintrag für die Maschine des i -ten Jobs steht.]

2. Anzahl der Kanten eines Baums mit n Knoten:

$$n - 1$$

[Wenn wir ohne Kanten (dh. mit n Zusammenhangskomponenten) starten, jede eingefügte Kante, die keinen Kreis schließt verbindet zwei verschiedene Zusammenhangskomponenten, und reduziert somit ihre Anzahl um 1, bis wir nach $n - 1$ Kanten einen zusammenhängenden kreisfreien Graphen (Baum) erhalten.]

Allgemein: Die Anzahl der Kanten eines Waldes mit n Knoten und r Zusammenhangskomponenten:

$$n - r$$

3. Die Anzahl der Blätter in einem *vollständigen binären* Baum der Tiefe k ist

$$2^k$$

die Anzahl aller Knoten ist

$$2^{(k+1)} - 1.$$

[siehe geometrische Summe auf Blatt 1]

Anders: ein solcher Baum mit m Blättern hat $\log m$ Tiefe; ein solcher Baum mit n Knoten hat $\theta(\log n)$ Tiefe.

4. Die Ungleichung zwischen dem arithmetischen und dem geometrischen Mittel von n Zahlen $x_i \geq 0$ ist

$$\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot \dots \cdot x_n}$$
$$\left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \geq \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} \right)$$

