



Übung 11

Ausgabe: 16.01.2019

Abgabe: 23.01.2019

Aufgabe 11.1.

(4 Punkte)

Sei $\mathcal{S} = \{\mathbf{a}^k \mathbf{b}^\ell \mid 0 \leq k \leq 500, 0 \leq \ell \leq 501\}$ die Menge aller Worte, die mit maximal 500 „a“ beginnen und auf die höchstens 501 „b“ folgen. Sei $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$ eine Teilmenge mit der höchstmöglichen Anzahl von Worten, so dass keine zwei Elemente in \mathcal{T} Teilstrings voneinander sind.

Bestimme $|\mathcal{T}|$ (die Anzahl der Worte in \mathcal{T}) und gib eine präzise Begründung an.

Notation: \mathbf{a}^k ist die k -fache Konkatenation von \mathbf{a} , d.h. ein String der Länge k , der nur „a“ beinhaltet.

Aufgabe 11.2.

(5 Punkte)

Seien u, v, u^*, v^* vier Strings, die keine Teilstrings voneinander sind, so dass folgendes gilt:

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u, v^*),$$

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u^*, v).$$

Zeige:

$$\text{overlap}(u, v) + \text{overlap}(u^*, v^*) \geq \text{overlap}(u, v^*) + \text{overlap}(u^*, v).$$

Hinweis: Es kann hilfreich sein, die Strings (und ihre Überlappungen) untereinander graphisch darzustellen.

Aufgabe 11.3.

(3 + 3 Punkte)

- a) Bestimme (mit Begründung!) den Approximationsfaktor $\alpha(I)$ des Greedy-Algorithmus für SHORTEST COMMON SUPERSTRING für die folgende konkrete Eingabe $I = \{u, v, w\}$ für

$$u = \text{xababab}$$

$$v = \text{abababy}$$

$$w = \text{bababa}$$

- b) Bestimme basierend auf Teil a) eine möglichst hohe untere Schranke für den Approximationsfaktor des Greedy-Algorithmus für SHORTEST COMMON SUPERSTRING. Begründe deine Antwort.

Bitte wenden!

Aufgabe 11.4.

(3 + 3 Punkte)

- a) Zeige, dass jeder String $u = u_1 \cdots u_n$ mit $\text{overlap}(u, u) > 0$ (Länge des größten nicht-trivialen Suffixes, das auch ein Präfix von u ist) periodisch ist mit Periodenlänge $s = |u| - \text{overlap}(u, u)$, d. h. $u_i = u_{i+s}$ für alle $i + s \leq |u|$ gilt.
- b) Zeige, dass der Greedy Algorithmus für max-Gewicht-KREISZERLEGUNG für beliebige Kantengewichtung (keine Overlaps) allgemein nicht optimal ist. Finde dafür ein Gegenbeispiel auf zwei Knoten.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
https://ae.cs.uni-frankfurt.de/?p=teaching&s=teaching&t=L_18_WS_APPROX

E-Mail: {panni,mahyar}@ae.cs.uni-frankfurt.de