Dr. Annamaria Kovacs
Dipl-Math. Mahyar Behdju

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN
Institut für Informatik
AG Algorithm Engineering

Übung 5

Ausgabe: 13.11.2019
Abgabe: 20.11.2019

Aufgabe 5.1. (4 Punkte)

Wir definieren die Distanz $d(x, y)$ zweier beliebiger Strings $x = x_1 x_2 \cdots x_k$ und $y = y_1 y_2 \cdots y_l$ über einem Alphabet Σ als die minimalen Gesamtkosten von Operationen, die x in y transformiert. Erlaubte Operationen sind:

- `Insert`(i, a): Füge an Position i von x den Buchstaben a ein.
- `Delete`(i): Lösche den Buchstaben an Position i von x.
- `Replace`(i, a): Ersetze den Buchstaben an Position i von x durch a.

Die Kosten einer `Insert`(i, a)- und einer `Delete`(i)-Operation sind *jeweils* 1. Die Kosten einer `Replace`(i, a)-Operation sind $1,5$.

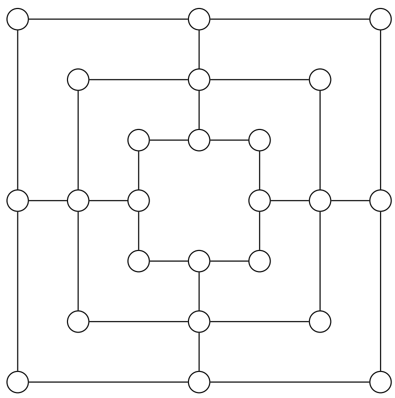
Sei $D(0, 0) = 0$, $D(i, 0) = i$, $D(0, j) = j$ und $D(i, j) = d(x_1 \cdots x_i, y_1 \cdots y_j)$ für beliebige $1 \leqslant i \leqslant k$, $1 \leqslant j \leqslant l$. Gib eine Rekursionsgleichung für $D(i, j)$ für $i \geqslant 1$, $j \geqslant 1$ an.

Aufgabe 5.2. (4 + 2 + 3 Punkte)

a) Definiere einen Algorithmus für das k-CENTER Problem mittels lokaler Suche mit 2-Flip Nachbarschaften. Analysiere die asymptotische Laufzeit des Algorithmus: Wird für jede Eingabe in polynomieller Laufzeit (Poly(n) bei n Eingabepunkten) eine lokal optimale Lösung gefunden?

b) DOMINATING-SET

i.) Gibt es eine dominierende Knotenmenge aus 6 Knoten im folgenden Graphen?

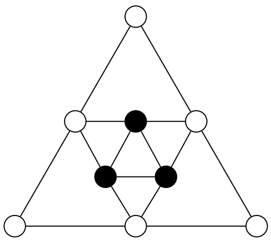


ii.) Argumentiere mit Hilfe der Knotengraden, dass keine dominierende Knotenmenge mit 5 Knoten existieren kann.

Bitte wenden!

Aufgabe 5.3. (3 + 3 Punkte)

Gegeben sind die Ecken von drei verschachtelten gleichseitigen Dreiecken mit den **euklidischen** Distanzen als Eingabeorte wie unten abgebildet.



a) Bilden die markierten Orte eine *lokal* optimale Lösung für das 3-CENTER-Problem? Begründe deine Antwort kurz.

b) Bilden die markierten Orte eine *lokal* optimale Lösung für das 3-MEDIAN-Problem? Begründe deine Antwort kurz.

Hinweis: : Betrachte jeweils die 2-Flip Nachbarschaft der angegebenen Lösung.

Aufgabe 5.4. (2 Punkte + 4 Bonuspunkte)

Genau eine der folgenden Varianten des RUCKSACK-Problems ist **nicht** $\mathcal{NP}$-vollständig.

a) Welche Variante ist **nicht** $\mathcal{NP}$-vollständig? Begründe die Antwort.

b) Zeige, dass die andere Variante $\mathcal{NP}$-vollständig ist. Die $\mathcal{NP}$-Härte von RUCKSACK darf angenommen werden.

n bezeichnet jeweils die Anzahl der Objekte in der Eingabe.

i) Nur Eingabe-Instanzen werden erlaubt, in denen die Anzahl der **verschiedenen** Gewichte höchstens $\sqrt{n}$ ist.

ii) Nur Eingabe-Instanzen werden erlaubt, in denen jeder Wert ganzzahlig und höchstens n^2 ist.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Vorlesung finden Sie unter
`https://ae.cs.uni-frankfurt.de/?p=teaching&s=teaching&t=L_19_WS_APPROX`

E-Mail: `{panni,mahyar}@ae.cs.uni-frankfurt.de`