

Übung 9

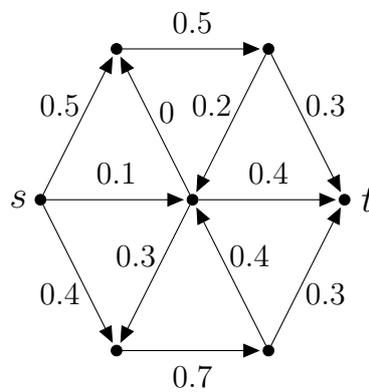
Ausgabe: 11.12.2019

Abgabe: 18.12.2019

Aufgabe 9.1.

(4 Punkte)

Gib eine Pfadzerlegung für die folgende fraktionale Lösung für ein s - t -Paar im ROUTING Problem an:



Aufgabe 9.2. \max -INDEPENDENT-SET

(3 Punkte)

Wir haben am Beispiel eines vollständigen Graphen gesehen, dass für (ungewichtetes) \max -INDEPENDENT-SET die Integralitätslücke mindestens $\frac{n}{2}$ ist, wobei n die Knotenzahl des Eingabegraphen bezeichnet. Zeige, dass die Integralitätslücke genau (also auch höchstens) $\frac{n}{2}$ ist.

Hinweis: Betrachte die Fälle $\text{OPT} = 1$ und $\text{OPT} \geq 2$ separat.

Bitte wenden!

Aufgabe 9.3.

(4 Punkte)

Bestimme das duale LP (D) für das folgende primale LP (P):

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiere} & -7x_1 + 11x_2, \\ \text{sodass} & x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ & 2x_1 + x_2 = 5 \\ & 3x_1 + x_2 \leq -5 \\ & x_1 \leq 0 \end{array}$$

Hinweis: Die Ungleichungen $(c_j - y^T a^j)x_j \geq 0 \forall j$, und $y_i(a_i^T x - b_i) \geq 0 \forall i$ können behilflich sein.

Aufgabe 9.4. Lineare Programmierung

(6 Bonuspunkte)

a) Betrachte die LP-Relaxierung der IP-Formulierung des max-SAT-Problems und bestimme *alle optimalen* fraktionalen Lösungen für die folgenden Instanzen:

(i) $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$

(ii) $(x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_3 \vee \neg x_4)$

b) Betrachte den Algorithmus mit randomisiertem Runden (Algorithmus 3 im Skript). Für welche optimalen fraktionalen Lösungen für (ii) erhalten wir die höchste erwartete Anzahl erfüllter Klauseln?