



Übung 11

Ausgabe: 15.01.2020

Abgabe: 22.01.2020

Aufgabe 11.1.

(2 + 3 Punkte)

- a) Skizziere den Overlap-Graphen mit allen Kantengewichten für die folgenden drei Eingabestrings:

$$x = a^8 b^3 a^2$$

$$y = a^5 b^3 a^5$$

$$z = a^2 b^3 a^8$$

- b) Bestimme eine maximale Kreiszerlegung C_1, C_2, \dots, C_l , und Zyklen v_1, v_2, \dots, v_l einer minimalen Zyklusüberdeckung für die Strings aus Teil a).

Aufgabe 11.2.

(4 Punkte)

Sei $\mathcal{S} = \{a^k b^\ell \mid 0 \leq k \leq 500, 0 \leq \ell \leq 501\}$ die Menge aller Worte, die mit maximal 500 „a“ beginnen und auf die höchstens 501 „b“ folgen. Sei $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{S}$ eine Teilmenge mit der höchstmöglichen Anzahl von Worten, sodass keine zwei Elemente in \mathcal{T} Teilstrings voneinander sind.

Bestimme $|\mathcal{T}|$ (die Anzahl der Worte in \mathcal{T}) und gib eine präzise Begründung an.

Notation: a^k ist die k -fache Konkatenation von a , d.h. ein String der Länge k , der nur „a“ beinhaltet.

Aufgabe 11.3.

(5 Punkte)

Seien u, v, u^*, v^* vier Strings, die keine Teilstrings voneinander sind, so dass folgendes gilt:

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u, v^*),$$

$$\text{overlap}(u, v) \geq \text{overlap}(u^*, v).$$

Zeige:

$$\text{overlap}(u, v) + \text{overlap}(u^*, v^*) \geq \text{overlap}(u, v^*) + \text{overlap}(u^*, v).$$

Hinweis: Es kann hilfreich sein, die Strings (und ihre Überlappungen) untereinander graphisch darzustellen.

Bitte wenden!

Aufgabe 11.4.

(3 + 2 Bonuspunkte)

Sei $\vec{K}_n = (V, \vec{E})$ ein vollständiger gerichteter Graph (mit Eigenschleifen) auf n Knoten mit positiven Kantengewichten.

- a) Definiere einen bipartiten Graphen B auf $2 \cdot n$ Knoten, so dass ein perfektes Matching mit maximalem Gewicht in B genau einer Kreiszerlegung mit maximalem Gewicht in \vec{K}_n entspricht.
- b) Erkläre kurz, wie man das allgemeine max-Gewicht-KREISZERLEGUNG-Problem auf \vec{K}_n in Polynomialzeit lösen kann.

Hinweis: Bei Aufgabenteil b) wird keine detaillierte Beschreibung des Algorithmus benötigt.